

СДНФ и СКНФ

<p>Нормальная форма логической функции – если логическая функция представлена дизъюнкцией, конъюнкцией и инверсией.</p>	
<p>Элементарная конъюнкция – конъюнкция конечного множества логических переменных и их инверсий.</p>	<p>Элементарная дизъюнкция – дизъюнкция конечного множества логических переменных и их инверсий.</p>
<p>Ранг элементарной конъюнкции или дизъюнкции – число аргументов ее образующих.</p>	
<p>Примеры</p>	
<p style="text-align: center;">$F(X, Y, Z) = X \wedge Y \wedge \bar{Z}$</p> <p>Элементарная конъюнкция третьего порядка</p>	<p style="text-align: center;">$F(X, Y) = X \vee \bar{Y}$</p> <p>Элементарная дизъюнкция второго порядка</p>
<p>Конъюнктивная нормальная форма (КНФ) содержит элементарные дизъюнкции, связанные между собой операциями конъюнкции.</p>	<p>Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ) содержит элементарные конъюнкции, связанные между собой операциями дизъюнкции.</p>
<p>Примеры</p>	
<p style="text-align: center;">$F(X, Y, Z) = (X \vee Z) \wedge (X \vee Y \vee \bar{Z})$</p>	<p style="text-align: center;">$F(X, Y) = (X \wedge Y) \vee (\bar{Y} \wedge X)$</p>
<p>Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ):</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) нет двух элементарных дизъюнкций; 2) ни одна элементарная дизъюнкция не содержит двух одинаковых переменных; 3) ни одна элементарная дизъюнкция не содержит переменную вместе с ее инверсией; 4) все дизъюнкции имеют один и тот же ранг. 	<p>Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ)</p>
<p>Алгоритм образования СКНФ и СДНФ по таблице истинности</p>	
<p>1. Выделить в таблице истинности все строки, в которых функция принимает значения 0.</p>	<p>1. Выделить в таблице истинности все строки, в которых функция принимает значения 1.</p>
<p>2. Для каждого выбранного набора записать элементарные дизъюнкции, содержащие переменные:</p> <ol style="list-style-type: none"> а) если значение переменной равно 0, то записывается сама переменная, б) если значение переменной равно 1, то записывается инверсия этой переменной. 	<p>2. Для каждого выбранного набора записать элементарные конъюнкции, содержащие переменные:</p> <ol style="list-style-type: none"> а) если значение переменной равно 0, то записывается инверсия этой переменной, б) если значение переменной равно 1, то записывается сама переменная.
<p>3. Соединить элементарные дизъюнкции знаком конъюнкции.</p>	<p>3. Соединить элементарные конъюнкции знаком дизъюнкции.</p>

Пример создания СКНФ

Исходная таблица

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

1. Выделить в таблице истинности все строки, в которых функция принимает значения 0.

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

2. Для каждого выбранного набора записать элементарные дизъюнкции, содержащие переменные

- если значение переменной равно 0, то записывается сама переменная,
- если значение переменной равно 1, то записывается инверсия этой переменной.

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$X \vee Y \vee Z$$

$$X \vee Y \vee \bar{Z}$$

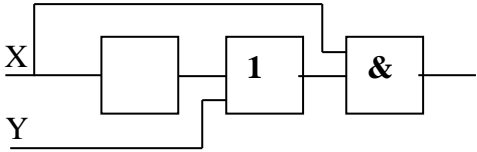
$$X \vee \bar{Y} \vee Z$$

$$\bar{X} \vee Y \vee Z$$

3. Соединить элементарные дизъюнкции знаком конъюнкции.

$$F(X, Y, Z) = (X \vee Y \vee Z) \wedge (X \vee Y \vee \bar{Z}) \wedge (X \vee \bar{Y} \vee Z) \wedge (\bar{X} \vee Y \vee Z)$$

Анализ, упрощение, синтез логических схем

Этап	Наименование	Пример																									
Анализ	<p>Определение всех возможных условий протекания электрического тока. Это сводится к определению логической функции, соответствующей этой схеме и составлению таблицы истинности.</p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p>Схеме соответствует логическая функция: $F(X, Y) = X \wedge (\bar{X} \vee Y)$ По полученной формуле строится таблица истинности, проводится анализ данной схемы:</p> <table border="1" data-bbox="794 674 1409 887"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y</th> <th>\bar{X}</th> <th>$\bar{X} \vee Y$</th> <th>$X \wedge (\bar{X} \vee Y)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr style="border: 2px solid blue;"> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p>Определяются исходные данные X и Y, при которых значение логической функции равно 1.</p>	X	Y	\bar{X}	$\bar{X} \vee Y$	$X \wedge (\bar{X} \vee Y)$	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1
X	Y	\bar{X}	$\bar{X} \vee Y$	$X \wedge (\bar{X} \vee Y)$																							
0	0	1	1	0																							
0	1	1	1	0																							
1	0	0	0	0																							
1	1	0	1	1																							
Упрощение	<p>Упрощение логической схемы сводится к упрощению соответствующей ей формулы с использованием законов логики.</p>	$F(X, Y) = X \wedge (\bar{X} \vee Y) = (X \wedge \bar{X}) \vee (X \wedge Y) = 0 \vee (X \wedge Y) = X \wedge Y$																									
Синтез	<p>Синтез логической схемы заключается в разработке схемы, условие работы которой задано таблицей истинности или словесным описанием.</p>	<p>Для синтеза логической схемы используется СДНФ или СКНФ</p> <table border="1" data-bbox="794 1469 1142 1659"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y</th> <th>F(X,Y)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p>СКНФ $F(X, Y) = X \vee Y$</p> <p>СДНФ $F(X, Y) = (\bar{X} \wedge \bar{Y}) \vee (X \wedge \bar{Y}) \vee (X \wedge Y)$</p> <p>Правильность проверяется сравнением исходной таблицы с таблицей истинности полученной функции.</p>	X	Y	F(X,Y)	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1										
X	Y	F(X,Y)																									
0	0	0																									
0	1	1																									
1	0	1																									
1	1	1																									